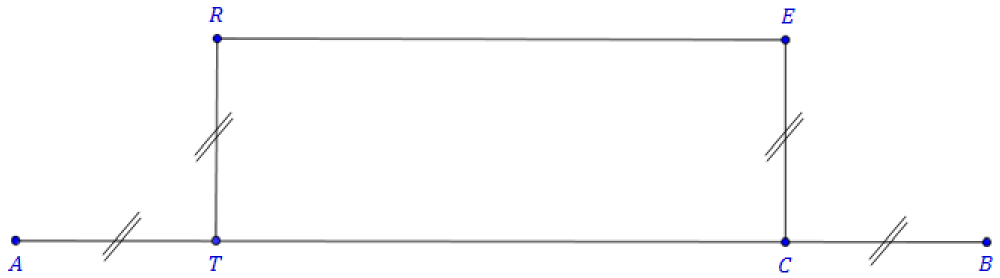
Devoir maison n°3 - Correction

Problématique : Un segment $[AB]$ a pour longueur 18 cm. On place T un point sur le segment $[AB]$. On construit un rectangle $TREC$ de la façon suivante :



Objectif : On cherche à savoir où il faut placer le point T pour que l'aire du rectangle soit la plus grande possible.

Partie 1 : Le point T est « avant » le milieu du segment $[AB]$

1. Si l'on place le point T au milieu du segment $[AB]$ alors les points T et C sont confondus, ainsi que les points R et E. Le rectangle $TREC$ est donc simplement réduit à un segment $[TR]$ de longueur 9 cm. *(Voir figure GEOGEBRA)*
2. On place maintenant le point T avant le milieu du segment $[AB]$.

a) Pour compléter le tableau ci-dessous, il suffisait d'utiliser que : $TC = AB - 2 \times AT$

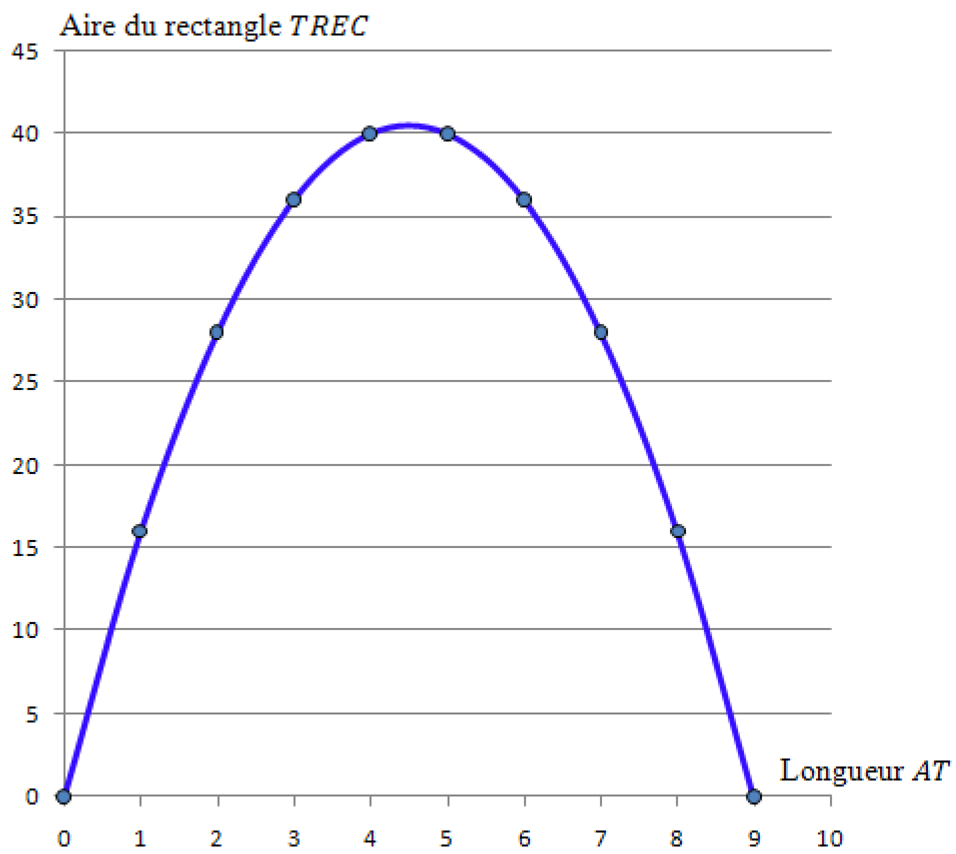
Mesure de $[AT]$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Mesure de $[TC]$	16	14	12	10	8	6	4	2	0

b) Pour compléter le tableau ci-dessous, il suffisait d'utiliser que : $A_{TREC} = RT \times TC = AT \times TC$

Mesure de $[AT]$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Aire du rectangle $TREC$	16	28	36	40	40	36	28	16	0

c) En observant le tableau précédent, on peut conjecturer que la valeur maximale de l'aire du rectangle $TREC$ est obtenue pour une valeur de AT vérifiant : $4 < AT < 5$

d) Voici ce que vous deviez obtenir :



e) On peut remarquer que la courbe obtenue semble symétrique par rapport à l'axe $x = 4{,}5$

f) Pour confirmer le fait que la valeur $AT = 4{,}5$ est bien la valeur maximale, nous allons utiliser le tableur et « zoomer » entre 4 et 5 *(avec un pas de 0,1)*

Mesure de $[AT]$	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6	4,7	4,8	4,9
Aire du rectangle $TREC$	40,18	40,32	40,42	40,48	40,5	40,48	40,42	40,32	40,18

On peut remarquer que l'hypothèse se confirme et que le maximum est obtenu pour $AT = 4{,}5$

Remarque : C'est la symétrie de la courbe qui permet d'affirmer que le maximum est obtenue pour la valeur de AT égale à 4,5.

<u>Partie 2 :</u> Le point T est « après » le milieu du segment $[AB]$

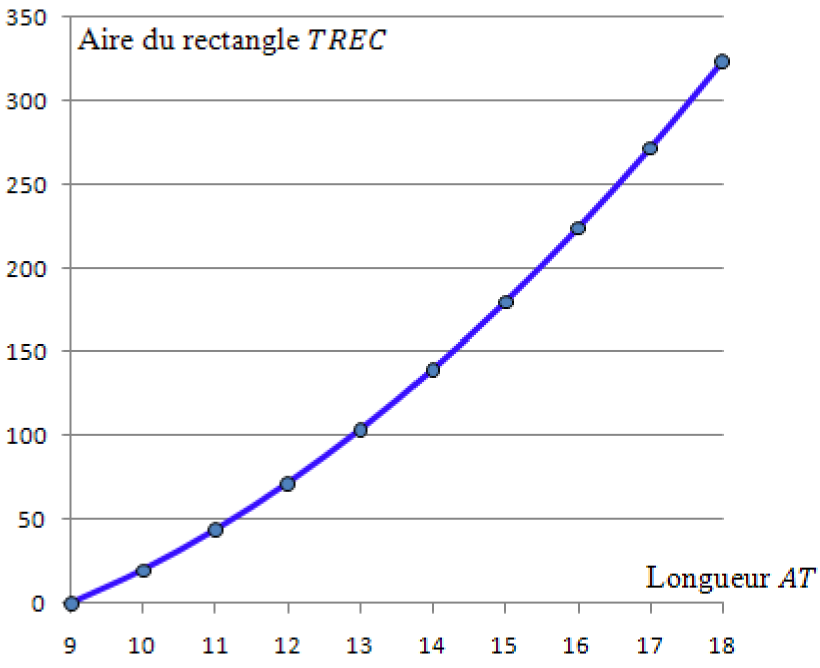
Reprenons le même raisonnement :

Mesure de $[AT]$	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Mesure de $[TC]$	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18

Cette fois-ci l'aire du rectangle $TREC$ est obtenue par le calcul : $A_{TREC} = AT \times TC$

Mesure de $[AT]$	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Aire du rectangle $TREC$	0	20	44	72	104	140	180	224	272	324

Et voici, la courbe que cela donnait :



Ainsi, on voit clairement que la courbe obtenue est strictement croissante, et donc la valeur pour laquelle l'aire sera maximale sera la plus grande valeur, c'est-à-dire $AT = 18$.